

การสอบแข่งขันเพื่อรับทุน ฯ ไปศึกษาวิชา ณ ต่างประเทศ ประจำปีงบประมาณ 2552  
(ทุนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น)

ข้อสอบวิชา คณิตศาสตร์

สอบวันเสาร์ที่ 25 ตุลาคม 2551 เวลา 9.00 – 12.00 น. (จำนวน 4 หน้า 100 คะแนน)

(ให้ทำข้อ 1 ในสมุดเขียนตอบชุดที่ 1 ข้อ 2 ในสมุดเขียนตอบชุดที่ 2 ข้อ 3 ในสมุดเขียนตอบชุดที่ 3 และข้อ 4 ในสมุดเขียนตอบชุดที่ 4)

ถ้าทำผิดชุดจะไม่ได้รับการตรวจ

1. ข้อสอบนี้มี 3 ข้อย่อย คะแนนเต็ม 25 คะแนน แสดงวิธีทำทุกข้อ

1.1 รูปครึ่งวงกลมสามรูป แต่ละรูปสร้างอยู่บนด้านแต่ละด้านของ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  $ABC$  โดยมีด้าน  $AB$  เท่ากับ  $c$  หน่วย จงหาผลรวม  
ของพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมทั้งสามรูป วาดรูปประกอบ (10 คะแนน)

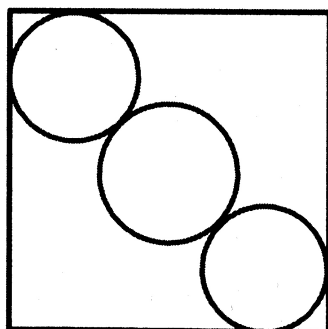
1.2 จากรูป รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งถูกแบ่งออกเป็นสี่ส่วน มีพื้นที่เท่ากับ 7,

15, 4 และ  $x$  ตารางหน่วย พื้นที่  $x$  จะเท่ากับกี่ตารางหน่วย

วาดรูปประกอบ (5 คะแนน)

7	15
4	$x$

1.3 จากรูป จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีวงกลมสามวงบรรจุอยู่ภายใน และวงกลมแต่ละวงมีรัศมี 1 หน่วย วาดรูปประกอบ (10 คะแนน)



2. คำชี้แจง ข้อสอบข้อนี้มี 4 ข้อย่อย คือข้อ 2.1 - 2.4

- ตอนที่ 1 ข้อ 2.1 - 2.3 ให้เขียนเฉพาะคำตอบเท่านั้น ข้อละ 5 คะแนน รวม 15 คะแนน
- ตอนที่ 2 ข้อ 2.4 ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียด 10 คะแนน คะแนนเต็มรวม 25 คะแนน

ตอนที่ 1

2.1 เมื่อหารจำนวนเต็ม  $A$  ด้วยจำนวนเต็มบวก  $B$  พบว่าได้ผลหารเป็นจำนวนเต็ม  $Q$  และมีเศษเหลือเป็นจำนวนเต็ม  $R$  จงหาผลหาร และเศษเหลือ ที่ได้จากการหารจำนวนเต็ม  $2A + 4BQ$  ด้วยจำนวนเต็มบวก  $2B$

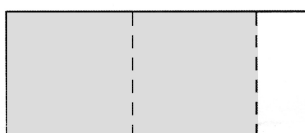
2.2 กำหนดสมการกำลังสอง 2 สมการ ดังนี้

$$x^2 + px + q = 0 \quad \dots\dots(1)$$

$$x^2 + mx + n = 0 \quad \dots\dots(2)$$

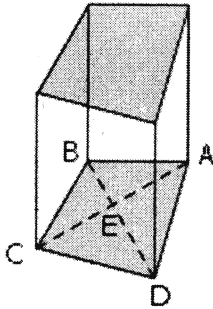
เมื่อ  $p, q, m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งทำให้แต่ละสมการมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองคำตอบ ถ้าคำตอบของสมการ (1) มีค่าเท่ากับกำลังสามของคำตอบของสมการ (2) แล้ว จงหาค่า  $p$  และ  $q$  ในรูปของ  $m$  และ  $n$

2.3 เรียกรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งว่าเป็น **รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเงิน** เมื่อ ถัดัดส่วนของรูปสี่เหลี่ยมนี้บางส่วนออก โดยที่ส่วนที่ตัดออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูป แต่ละรูปมีด้านยาวเท่ากับความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเงิน (บริเวณที่แรเงาในรูป) แล้ว จะได้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เหลือเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่คล้ายกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเดิม จงหาอัตราส่วนของความยาว ต่อ ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเงิน



ตอนที่ 2

- 2.4. กล้องกระดาษใบหนึ่งเป็นรูปปริซึมตรง สูง 20 เซนติเมตร มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ABCD ซึ่งมีพื้นที่ 168 ตารางเซนติเมตร โดยที่  $AB = BC$  และ  $AD = DC$  ถ้า  $AC > BD$  และ  $AC + BD = 38$  เซนติเมตร E เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุม AC และ  $BE : DE = 5 : 9$  แล้ว จงหาพื้นที่ผิวข้างของกล้องใบนี้



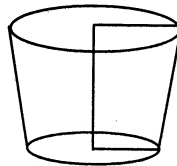
3. ข้อสอบข้อนี้มี 4 ข้อย่อย คะแนนรวม 25 คะแนน ให้แสดงวิธีทำทุกข้อในกระดาษที่จัดให้
- 3.1 ไฟสำหรับหนึ่งมี 52 ใบ เมื่อทดลองหยิบไฟ 1 ใบจากสำรับนี้แล้ว จงแสดงวิธีการหาค่า จำนวนวิธีที่จะหยิบได้ไฟเป็นแต้มี่ที่เป็นจำนวนเฉพาะ (6 คะแนน)
- 3.2 จงแสดงวิธีการหาค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากการสุ่มเลข 4 หลักขึ้นมา 1 ใบจากหมายเลขทั้งหมดที่เกิดจากการนำเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 มาสร้าง (โดยยอมให้ใช้เลขโดดซ้ำกันได้) และมีเงื่อนไขว่า เลขที่ได้ต้องเป็นเลขคี่ มี 4 หลักที่อยู่ระหว่าง 8000 และ 9000 (7 คะแนน)
- 3.3 ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 200 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 60.96 คะแนน แต่ถ้าแยกเป็นนักเรียนชาย และหญิง ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนชาย และหญิงเป็น 63.4 และ 57.3 คะแนน ตามลำดับ จงแสดงวิธีการหาจำนวนนักเรียนชายและนักเรียนหญิงที่เข้าสอบวิชาคณิตศาสตร์ในครั้งนี้ (6 คะแนน)
- 3.4 ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยม เท่ากันคือ 32 ค่ากึ่งกลางพิสัยเป็น 31 จงแสดงวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล 3 จำนวนที่อยู่ตรงกลางเมื่อเรียงจากน้อยไปมากแล้ว (6 คะแนน)

4. ให้แสดงวิธีทำทุกข้อ (25 คะแนน)

4.1 ถ้า  $125^a = \left(\frac{1}{625}\right)^c$  และ  $81^a = 27^b$  จงหาค่าของ  $\frac{a^2 - 6ab}{c^2 + bc}$  (5 คะแนน)

4.2 ในการเลือกตั้งผู้ว่าราชการกรุงเทพฯ ผู้มีสิทธิออกเสียงในเขตหนึ่งมีจำนวน 135,500 คน เป็นเพศชายร้อยละ 44 ปรากฏว่ามีผู้มาใช้สิทธิร้อยละ 92 และร้อยละ 55 ของผู้มาใช้สิทธิเป็นเพศหญิง จงหาสัดส่วนของผู้ไม่มาใช้สิทธิต่อผู้มาใช้สิทธิโดยจำแนกตามเพศ และหาร้อยละของผู้ไม่มาใช้สิทธิโดยจำแนกตามเพศ ร้อยละของผู้ไม่มาใช้สิทธิเพศใดมีค่ามากกว่ากัน (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง) (6 คะแนน)

4.3 ถังน้ำรูปกรวยกลมตัดยอดมี รัศมีก้นถึง : รัศมีปากถึง = 3 : 4 และ ความสูงของถังเท่ากับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของก้นถัง ดังรูป ถ้าปากถังมีความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลาง 80 นิ้ว จงหาปริมาตรน้ำในถังเมื่อระดับน้ำในถังสูง 30 นิ้ว (6 คะแนน)



4.4 ค่าใช้จ่ายในการทำหนังสือมีสองส่วน ส่วนแรกเป็นค่าลิขสิทธิ์ให้ผู้เขียนและค่าเรียงพิมพ์ ซึ่งเป็นค่าใช้จ่ายคงที่ อีกส่วนเป็นค่ากระดาษและหมึกพิมพ์ ซึ่งแปรผันตามจำนวนเล่มที่พิมพ์ ถ้าต้องการพิมพ์หนังสือจำนวน 2,000 เล่ม จะเสียค่าใช้จ่าย 50,000 บาท และถ้าต้องการพิมพ์หนังสือจำนวน 3,000 เล่ม จะเสียค่าใช้จ่าย 65,000 บาท ถ้าค่าเรียงพิมพ์เท่ากับ  $\frac{1}{7}$  ของค่าลิขสิทธิ์ บริษัทจะต้องจ่ายค่าลิขสิทธิ์เป็นเงินเท่าใด และถ้าบริษัทต้องการได้กำไร 20% จากการพิมพ์หนังสือจำนวน 2,000 เล่ม บริษัทต้องกำหนดราคาหนังสือเล่มละเท่าใด และถ้าบริษัทพิมพ์หนังสือจำนวน 3,000 เล่ม โดยกำหนดราคาหนังสือเหมือนกับที่พิมพ์จำนวน 2,000 เล่มบริษัทจะได้กำไร ร้อยละเท่าใด (8 คะแนน)